

EXPLOITATION AUTOMATIQUE DES DOSIMÈTRES PHOTOGRAPHIQUES*

A. FIEGEL**

(Manuscrit reçu le 11 mai 1973)

RÉSUMÉ

Après avoir rappelé les problèmes du dépouillement automatique des dosimètres photographiques, on expose la solution finalement adoptée et on illustre les résultats obtenus par quelques exemples permettant de tester la validité de la méthode utilisée et du programme écrit pour son exploitation par ordinateur.

ABSTRACT

First, a survey of the deconvolution problem of data provided by dosimetric films is given and a new method is described. Then, in order to test the method and together the FORTRAN code written for data processing with a computer many results are showed and discussed.

I - INTRODUCTION

Le dépouillement des dosimètres photographiques pour la surveillance radiologique (rayons X et gamma) du personnel pose un délicat problème, car il est souhaitable que la dose ne soit jamais sous-évaluée et par ailleurs la surestimation possible doit rester dans des limites raisonnables. Ce problème se complique encore si le dépouillement doit être réalisé par ordinateur en s'insérant dans une chaîne automatique, qui peut être rendue nécessaire pour la surveillance d'un grand nombre de personnes.

Physiquement, la difficulté (il s'agit en fait d'un problème d'inférence causale) est de remonter du noircissement d'une plaque photographique à la dose reçue en connaissant la courbe du noircissement en fonction de la dose pour différentes énergies et des courbes de réponse spectrale des différentes plages du dosi-

* Etude effectuée sous la direction de M. Hillion, Chef de la Section Physique Mathématique et Nucléaire - L.C.A. - Arcueil-94.

** Ingénieur du Service d'Etudes théoriques. Laboratoire Central de l'Armement - Arcueil-94.

mètre (voir plus loin une description succincte des dosimètres utilisés). Mathématiquement, il faut calculer

$$\delta = \int_{E_1}^{E_2} f(E) dE,$$

où $f(E)$ et δ désignent respectivement la dose à l'énergie E et la dose totale, $f(E)$ étant déduite de l'équation intégrale

$$D = \int_{E_1}^{E_2} a(E) f(E) dE,$$

où D est la dose apparente donnée par le noircissement de l'émulsion photographique et $a(E)$ la réponse de l'émulsion considérée à l'énergie E ; or ce problème (dit mal posé mathématiquement) a une infinité de solutions et, pour trouver parmi celles-ci la solution physique, il est nécessaire d'ajouter des contraintes ou des conditions.

Dans cette revue [4], a été présentée récemment une très intéressante méthode semi-automatique de dépouillement des dosimètres photographiques et qui garantit avec une bonne précision la validité des résultats, mais elle est d'application difficile dans un contexte différent de celui pour lequel elle était réalisée, pour les raisons suivantes :

- 1) nombre élevé des personnes sous surveillance,
- 2) dosimètres comportant un plus grand nombre de filtres,
- 3) grande variété des sources irradiantes.

Succinctement, la description des dosimètres utilisés par le personnel des Armées est la suivante :

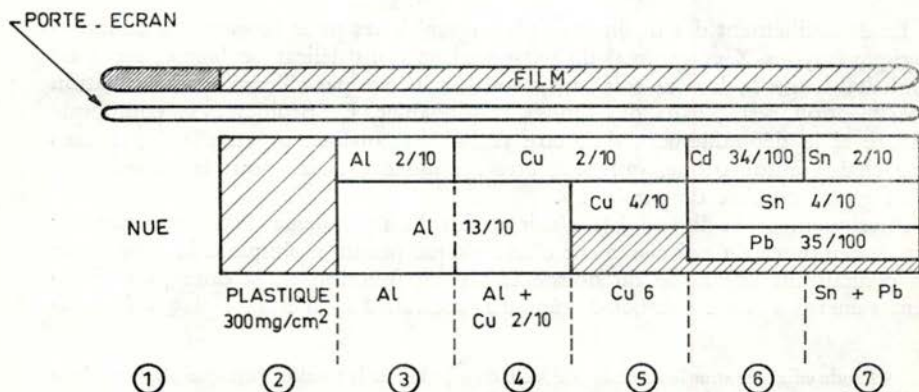


FIG. 1. — Schéma d'un dosimètre photographique.

La pochette photographique Chassende-Baroz, connue sous le terme de type 1 Kodak, comporte en particulier le témoin-contrôle de développement associé à trois émulsions sur support opaque et correspondant à trois gammes de sensibilité dont les limites en ^{60}Co sont :

- pour la 1^{re} émulsion : 20 mrad et 800 mrad,
- pour la 2^e émulsion : 500 mrad et 30 rads,
- pour la 3^e émulsion : 25 rads et 600 rads.

Cette pochette est placée dans un boîtier qui comporte, de part et d'autre, des filtres couvrant les trois bandes d'émulsion et déterminant ainsi sur chacune sept plages définies par la nature de l'écran :

- 1) plage nue : le seul écran est l'emballage du film (30 mg/cm²),
- 2) écran de matière plastique : épaisseur 300 mg/cm²,
- 3) écran d'aluminium : épaisseur 1,5 mm,
- 4) écran de cuivre 0,2 mm + aluminium 1,3 mm,
- 5) écran de cuivre 0,6 mm,
- 6) écran de cadmium 0,34 mm + étain 0,4 mm + plomb 0,35 mm,
- 7) écran d'étain 0,6 mm + plomb 0,35 mm.

Les deux derniers écrans ont un coefficient d'absorption global sensiblement équivalent aux énergies moyennes et ne diffèrent que par la présence du cadmium rendant la sixième plage sensible aux neutrons thermiques.

II - POSITION DU PROBLÈME

L'exposition caractérise une quantité d'énergie transférée dans l'air, mais peut se traduire en dose absorbée dans un milieu; en particulier, pour les tissus mous les valeurs d'exposition en röntgens et de dose en rads sont pratiquement égales au-delà de 50 keV. C'est pourquoi l'on est amené par la suite à assimiler les valeurs fournies par extrapolation d'une mesure dans une chambre d'ionisation aux valeurs de doses absorbées dans les tissus mous.

On rappelle deux définitions propres à la dosimétrie par émulsion [2] :

a) La dose apparente D_{ij} d'un rayonnement d'énergie E_i sur l'une des plages j du dosimètre est la dose due au cobalt 60 produisant le même noircissement exprimé par la densité optique (fig. 2). Pour une même quantité de rayonnement d'énergie E_i , la dose apparente est différente suivant la plage considérée. L'unité de dose apparente est le rad.

b) Pour un rayonnement d'énergie E_i , le coefficient de surestimation de dose a_{ij} de la plage j est donné par le rapport :

$$a_{ij} = \frac{\text{dose apparente (rads) sur la plage } j}{\text{dose réelle (rads)}} = \frac{D_{ij}}{d_i}$$

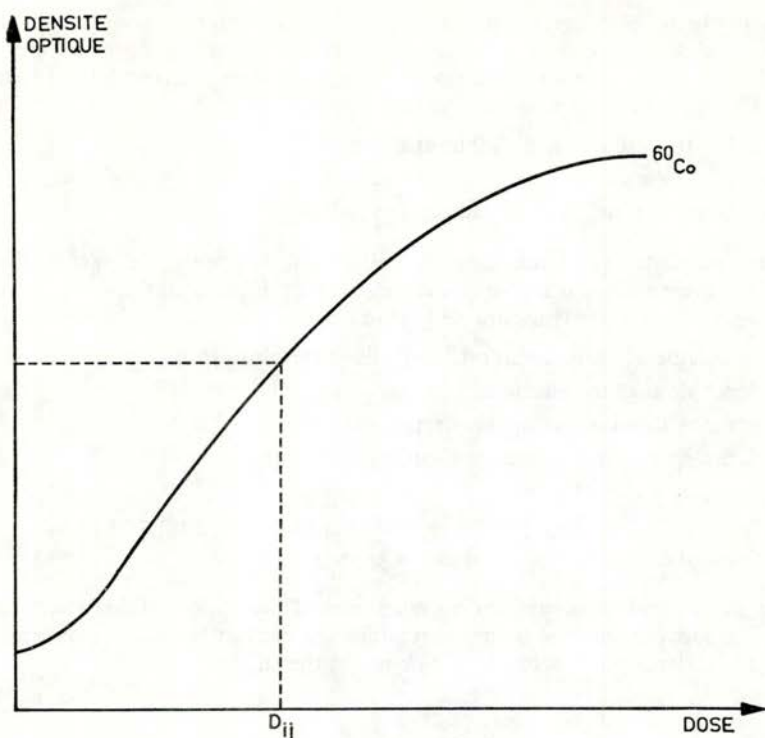


FIG. 2. — Densité optique en fonction de la dose sur une émulsion.

Ce rapport ne dépend pas de la dose en première approximation, mais, varie avec l'énergie pour chaque émulsion et pour la plage considérée dont il représente en fait la réponse. La dose apparente mesurée sur la plage j est donc proportionnelle à la dose réelle :

$$D_{ij} = a_{ij} d_i.$$

Si le film a été irradié par un ensemble de rayonnements d'énergies différentes, la dose apparente observée sur une plage est la somme des doses apparentes relatives à chacun des rayonnements.

$$D_j = \sum_i a_{ij} d_i, \quad j = 1, 2, \dots, N$$

où N désigne le nombre de plages de l'émulsion.

Cette relation est valable pour des énergies discrètes E_i . En fait, elle est l'approximation algébrique de l'équation :

$$D(y) = \int_{E_1}^{E_2} a(E, y) f(E) dE$$

où $f(E) dE$ est la dose reçue dans l'intervalle d'énergie $(E, E + dE)$ et où

l'indice j est remplacé par la variable y . La dose absorbée est alors donnée par la relation :

$$\delta = \int_{E_1}^{E_2} f(E) dE.$$

III - SOLUTION DU PROBLÈME PAR LA MÉTHODE DE RÉGULARISATION

Connaissant la dose apparente $D(y)$ pour les différentes plages et la fonction de réponse $a(E, y)$ de la plage y , il s'agit de calculer le spectre de dose $f(E)$. L'équation à résoudre se met sous la forme matricielle : $D = Af$.

La solution f de ce problème est unique quand A n'est pas singulière, $f = A^{-1}D$ mais l'opérateur inverse A^{-1} n'est en général pas continu. Autrement dit, étant donné f_1 et $D_1 = Af_1$, on peut trouver $D_2 = Af_2$ aussi proche qu'on veut de D_1 , $|D_2 - D_1| < \varepsilon$, mais tel que la différence $|f_2 - f_1|$ soit arbitrairement grande. Donc, à une faible variation de D (erreurs expérimentales) peut correspondre une forte variation de f , ce qui entraîne des difficultés pour la résolution numérique et la détermination de la dose réelle absorbée.

On sait que, sous des conditions assez larges, la solution de $D - Af = 0$ est aussi le minimum de $(D - Af)^2$, de sorte que souvent il y a intérêt à résoudre ce second problème d'optimisation. Dans le cas particulier étudié, pour des raisons mathématiques que l'on ne discute pas ici, la méthode d'optimisation conduit aux mêmes difficultés [2].

L'idée physique est de rechercher, au lieu de la solution exacte, une solution assez voisine \tilde{f} telle que $\tilde{D} = A\tilde{f}$ fournisse un résultat \tilde{D} à l'intérieur des erreurs expérimentales ε c'est-à-dire $|\tilde{D} - D| < \varepsilon$. Ceci est obtenu par la méthode de ТИХОНОВ ou de régularisation qui consiste à minimiser, au lieu de $(D - Af)^2$, la quantité $|D - Af|^2 + \omega |Sf|^2$, où S est un opérateur plus ou moins arbitraire, mais tel que pour ω suffisamment petit la solution de ce second problème devient proche de celle du premier. De plus, la solution $\tilde{f} \equiv f_\omega$ du nouveau problème de minimisation dépend continûment de D et la famille f_ω converge vers la solution exacte f , quand ω tend vers zéro. La méthode de régularisation présente l'inconvénient de dépendre du paramètre ω choisi. Théoriquement, la solution exacte est obtenue quand $\omega \rightarrow 0$. En fait, avec un ordinateur, il est impossible de faire tendre une variable vers zéro, de sorte que la valeur optimale doit être déterminée expérimentalement en cherchant celle qui donne les meilleurs résultats, compatibles avec les erreurs expérimentales, pour des dosimètres photographiques exposés à des doses connues de rayonnements d'énergie déterminée.

On démontre en annexe que la solution approchée de l'équation $D = Af$ est donnée par le minimum de la fonctionnelle :

$$R_\omega(u) = \int_1^N (Au - D)^2 dy + \omega \int_0^1 (Su)^2 dx$$

$$\text{avec : } Su = u + \frac{du}{dx}$$

et N le nombre de plages étudiées.

Les fonctions $a(E, y)$ et $D(y)$ n'étant connues qu'en certains points y , pour évaluer l'intégrale $\int_1^N (Au - D) dy$, on utilise une interpolation entre les valeurs connues. $D(y)$ et $a(E, y)$ doivent être données avec la meilleure précision possible pour approcher la solution exacte au plus près.

IV - RÉSULTATS

La méthode a été appliquée au dépouillement des dosimètres décrits dans l'introduction et irradiés sous des rayonnements d'énergies différentes pour des expositions connues. Les énergies considérées étaient de 33 keV, 65 keV, 100 keV, 161 keV correspondant à des spectres de rayons X filtrés, avec une résolution de l'ordre de 30 % et de 662 keV (raie de caesium 137) pour des expositions de 240, 360, 600 mrad.

Pour 360 et 600 mrad, les irradiations sont monoénergétiques, mais pour 240 mrad, on a procédé à un mélange de rayonnements des différentes énergies indiquées.

Ces expériences ont été effectuées en accord avec les Services Médecine-Sécurité et Rayonnements Ionisants du Laboratoire Central de l'Armement. Les irradiations ont été réalisées avec un émetteur Philips M.G. 300 et les mesures de dose, avec une chambre d'ionisation à l'air libre.

L'objectif poursuivi étant la mesure des doses X et γ , on ne tient pas compte de la première plage révélant l'existence d'un rayonnement β et de la sixième, sensible aux neutrons thermiques. On a donc seulement à considérer cinq plages différentes. Les résultats obtenus avec $\omega = 7 \times 10^{-5}$, trouvé être la valeur optimale, figurent dans le tableau I. En raison des expositions relativement faibles, l'exploitation a été faite en tenant compte des deux premières émulsions.

La solution f_ω dépend continûment du paramètre ω et tend vers une limite quand ω prend des valeurs de plus en plus petites, mais ω doit être strictement positif, sinon la matrice du système d'équation considéré devient singulière (voir Annexe).

Les courbes de conversion de la densité optique en dose (fig. 2) doivent être établies avec le plus grand soin, car, pour une valeur de ω , l'erreur sur la dose est proportionnelle à l'erreur sur la dose apparente, comme l'indique le théorème 2 de l'Annexe.

Pour les résultats du tableau I, l'erreur sur la dose calculée est due à trois causes :

- 1) la densité optique,
- 2) la courbe de conversion de la densité optique en dose apparente,
- 3) les courbes de réponse spectrale.

L'erreur expérimentale sur les expositions mesurées a été évaluée à 5 %. Si ν désigne la densité optique et k le facteur de conversion, on peut mettre D sous la forme $D = \nu k$ et l'erreur relative sur D s'écrit :

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{\Delta \nu}{\nu} + \frac{\Delta k}{k}$$

Comme $\frac{\Delta k}{k} = 0,15$, on a : $\frac{\Delta D}{D} = 0,2$. Par ailleurs le théorème de la moyenne, donne :

$$D = \int_{E_1}^{E_2} a(E, y) f(E) dE = a(\epsilon, y) \int_{E_1}^{E_2} f(E) dE = a(\epsilon, y) \delta$$

où ϵ est compris entre E_1 et E_2 ,

$$\text{d'où : } \frac{\Delta \delta}{\delta} = \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta a(\epsilon, y)}{a(\epsilon, y)} > 0,2.$$

L'erreur relative sur les courbes $a(E, y)$ n'est pas connue et difficile à estimer, celle sur D est de 20 %, donc supérieure à ce chiffre pour la dose calculée, ce qui explique les écarts parfois assez importants rencontrés dans le tableau de résultats.

Par rapport aux doses expérimentales supposées exactes, les valeurs calculées fournissent une surestimation dans 61 % des cas et, quand elles sont sous-évaluées, l'écart est inférieur à 5 % sauf pour les films 22 et 27 dont les anomalies ont d'ailleurs pu être expliquées ultérieurement. Les rayonnements d'énergies comprises entre 10 et 100 keV, sont à l'origine des erreurs les plus importantes. Pour une énergie légèrement supérieure à celle d'une résonance de l'étain (29 keV) ou du plomb (88 keV), on a une sous-estimation de la dose, et l'inverse pour une énergie inférieure.

V - CONCLUSION

Les résultats précédents à l'aide de la méthode de régularisation peuvent être considérés comme satisfaisants, pour un coefficient $\omega = 7 \times 10^{-5}$, mais la précision de la méthode peut encore être augmentée.

On a appliqué les mêmes courbes de réponse aux deux premières émulsions; ceci introduit une cause d'erreur, car en réalité ces courbes sont légèrement différentes. Elles sont, de plus, mal connues entre 10 et 100 keV à cause des résonances de l'étain et du plomb et l'erreur relative sur les fonctions $a(E, y)$ reste à déterminer. Leur évaluation représente un travail expérimental important et il serait souhaitable qu'elles soient établies d'une manière définitive pour un type de dosimètre standard. Il est par ailleurs essentiel de mesurer les doses apparentes avec la plus grande précision possible et de corriger périodiquement les courbes de conversion de la densité optique en dose apparente pour tenir compte du vieillissement des émulsions.

La méthode permet en particulier de préciser le spectre et les énergies qui apportent une contribution prépondérante dans la dose absorbée.

Le temps de calcul moyen pour le dépouillement d'un dosimètre photographique sur l'ordinateur UNIVAC 1108 est de 0,5 seconde.

Ce travail n'aurait pas été possible sans la collaboration du Commandant GUICHARDIÈRE et de M. AMBROSI, Ingénieur de l'Armement, pour la partie expérimentale, ainsi que celle de M. HILLION qui m'a aidé de ses conseils. Je tiens à les en remercier vivement.

TABLEAU I

DOSES ET ERREURS RELATIVES OBTENUES POUR DES DOSIMÈTRES SOUMIS A DES EXPOSITIONS CONNUES, AVEC DES ÉNERGIES VARIABLES ($\omega = 7 \times 10^{-5}$)

N°	Exposition	Dose calculée (mrad)	Erreur relative (%)	Exposition	Dose calculée (mrad)	Erreur relative (%)	N°
1	240	306	27	240	271	13	2
3	240	212	12	240	277	15	4
5	240	221	8	240	235	2	6
7	240	237	1	240	299	25	8
9	240	259	8	240	231	4	10
11	240	223	7	240	297	24	12
13	240	269	12	240	237	1	14
15	240	255	6	240	235	2	16
17	240	261	9	240	267	11	18
19	240	232	3	240	246	2	20
21	240	259	8	240	191	20	22
23	240	259	8	240	270	12	24
25	240	315	31	240	253	5	26
27	240	181	25	240	262	9	28
29	240	259	8	240	304	27	30
31	240	268	12	240	230	4	32
33	240	235	2	240	227	5	34
35	240	269	12	240	223	7	36
37	360	370	3	360	344	4	38
39	360	376	4	360	393	9	40
41	600	595	1	600	698	16	42
43	600	674	12	600	662	10	44

ANNEXE
RÉGULARISATION
AVEC L'EMPLOI DE L'ÉQUATION D'EULER-LAGRANGE

I - PRINCIPE DE LA RÉGULARISATION

On considère deux espaces de Hilbert $E = L^2(a, b)$ et $F = L^2(c, d)$ et deux fonctions u et D appartenant respectivement à E et F . A est un opérateur linéaire borné de E dans F .

Avec ces hypothèses, la résolution de l'équation $Au = D$ est équivalente à la recherche du minimum de la fonctionnelle :

$$R_\omega(u) = \|Au - D\|_F^2 + \omega \|Su\|_E^2, \quad 0 < \omega < \infty \quad (1)$$

dans un espace convexe fermé HCE où S est un opérateur linéaire de H dans E et ω un paramètre arbitraire. Si u_ω est la fonction minimisant (1), alors, sous certaines conditions précisées plus loin, la solution u de $Au = D$ est $u = \lim_{\omega \rightarrow 0} u_\omega$.

En fait, H est un espace de Sobolev avec une norme plus fine que E . Si N est le noyau de l'application S ($u \in N/Su = 0$) et, sous les conditions suivantes :

$$v_0 \in N \Rightarrow \|Av_0\|_F \geq \beta \|v_0\|_H \quad \beta > 0 \quad (2)$$

$$v_1 \in H - N \Rightarrow \|Sv_1\|_E \geq \sigma \|v_1\|_H \quad \sigma > 0 \quad (3)$$

RIBIÈRE [5] démontre les deux théorèmes suivants :

Théorème 1. Si les opérateurs A et S vérifient respectivement les conditions (2) et (3), si l'on choisit D dans l'image de H par A et si A est biunivoque, la solution u qui minimise (1) converge fortement dans H vers la solution unique de $Au = D$ lorsque $\omega \rightarrow 0$.

Théorème 2. Soient u_ω et \bar{u}_ω les fonctions minimisant (1) correspondant respectivement à D et \bar{D} , alors

$$\|u_\omega - \bar{u}_\omega\| \leq \frac{1}{\eta} \|D - \bar{D}\|_F \quad (4)$$

où :

$$\eta^2 = \min \left(\frac{\beta^2}{6}, \omega \frac{\sigma^2}{2} \frac{\beta^2}{\beta^2 + 9 \|A\|^2} \right)$$

2. MINIMUM DE LA FONCTIONNELLE $R_\omega(u)$ PAR APPLICATION DE L'ÉQUATION D'EULER-LAGRANGE

Comme on vient de le voir, une solution approchée de l'équation $Au = D$ est donnée par le minimum de la fonctionnelle (1) et cette solution tend fortement vers la solution exacte et unique dans un espace de Sobolev dans lequel l'inverse A^{-1} de A existe.

Or, l'extremum d'une telle fonctionnelle est donné par la solution de l'équation d'Euler associée. Si

$$R[F] = \int_a^b F(x, y(x), y'(x)) dx \quad (5)$$

une fonction $y(x)$ constitue un extremum de cette intégrale si elle satisfait l'équation d'Euler-Lagrange :

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) = 0 \quad (6)$$

et d'après la condition de Legendre [7], la solution de l'équation (6) constitue un minimum de la fonctionnelle (5) si

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y'^2} > 0.$$

On applique ces considérations à la fonctionnelle (1) dans laquelle on pose $a = 0$ et $b = 1$. Le changement de variable

$$z = \frac{\text{Log} \frac{E}{E_1}}{\text{Log} \frac{E_2}{E_1}}$$

permet de se ramener à cete intervalle et la fonction f est remplacée par :

$$u(z) = f(E(z)) E_1 e^{z \text{Log} \frac{E_2}{E_1} \text{Log} \frac{E_2}{E_1}} \quad (8)$$

On suppose : $u \in L^2(0,1)$ (9)

$$D \in L^2(1, N)$$

et l'espace H est défini par :

$$H(0,1) = \{ u \in L^2(0,1) \mid u' \in L^2(0,1) ; u(0) = u(1) = 0 \} \quad (10)$$

La norme sur H est donnée par :

$$\| \| u \| \|_H^2 = \| u \|^2_{L^2(0,1)} + \| u' \|^2_{L^2(0,1)} \quad (11)$$

et l'opérateur S par :

$$Su = u + \frac{du}{dx} \quad (12)$$

Par suite de la définition (10), le noyau N de S se réduit à $N = \{ 0 \}$ et l'inégalité (2) est immédiatement satisfaite.

Si $u \in H - N$, on a pour toute fonction continue et s'annulant en 0 et 1, l'inégalité [9] :

$$\| Su \|^2_E = \int_0^1 (u + u')^2 dx > \int_0^1 (u^2 + u'^2) dx$$

ainsi l'inégalité (3) est également satisfaite.

Après interpolation des fonctions $a(x, y)$ et $D(y)$ par rapport à y par la méthode des fonctions spline [10], l'équation d'Euler-Lagrange, associée à la fonctionnelle (1), s'écrit :

$$\int_0^1 K(x, z) u(z) dz + \omega [u(x) - u''(x)] = \varphi(x) \quad (13)$$

où

$$K(x, z) = \int_1^N a(x, y) a(z, y) dy$$

$$\varphi(x) = \int_1^N a(x, y) D(y) dy$$

Le deuxième membre de l'équation (13) étant connu, on résout cette équation numériquement par la relation :

$$\sum_{j=1}^n H_j K(x, z_j) u(z_j) + \omega [u(x) - u''(x)] = \varphi(x) \quad (14)$$

où les H_j sont les poids de Gauss-Legendre sur l'intervalle $(0,1)$ et les z_j les racines du polynôme de Legendre d'ordre n sur ce même intervalle. Si l'on se donne $\varphi(x)$ aux n points $x_j = z_j$, on obtient un système linéaire de n équations à n inconnues que l'on résout facilement par une méthode d'inversion matricielle. Le spectre de dose $f(x)$ s'en déduit par inversion de la relation (8).

La solution dépend évidemment de ω , strictement positif, car le déterminant de la matrice $H_j K(x_i, z_j)$ est nul. Les valeurs de φ et de K , donc de D et a doivent être connues avec la plus grande précision pour obtenir une solution exacte.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] KIRCHNER et RYAN. A matrix method for the evaluation of B - Y dosimeter film. *Health Physic*, 130-810-811, 1967.
- [2] BERMAN, F., CAZIN A., MICHEL M.Th. Etat des recherches sur l'analyse et l'exploitation des données d'un film dosimètre. *Dam/R-68-06-DO.0011.U-R.*
- [3] CALLONNEC J.P. Méthode mathématique de dépouillement des films dosimétriques. *Etude LCA*, n° 07.1 n° 143/E.T., 1970.
- [4] BRUNEAU M., KIENTZEL J., DE MORAS Y. Méthode d'exploitation d'un dosimètre photographique simple. *Radioprotection*, vol. 6, n° 2, p. 93-117, Dunod, 1971.
- [5] RIBIÈRE G. Régularisation d'opérateurs. *R.I.R.O.*, n° 5, 57-79, 1967.
- [6] TIKHONOV A.N. Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method. *Soviet Math. Doklady* 4, 1035-1038, 1963.
- [7] GOURSAT E. Cours d'analyse mathématique, tome 3, 5^e ed., 1956.
- [8] BOURBAKI N. *Intégration des mesures*. Livre 6, ch. 5, Hermann, 1956.
- [9] COURANT R., HILBERT D. *Methods of mathematical physics*. Vol. 1, Inters. Publ. Inc. N - Y, 1953.
- [10] GREVILLE T.N.E. *Theory and applications of spline functions*. Ac. Press. N.-Y., London, 1969.
- [11] FIEGEL A. *La méthode de régularisation appliquée à la dosimétrie*. Etude LCA n° 07.1 n°177/E.T., 1971.