

## SOLUTION DE L'ÉQUATION DE TRANSPORT PAR MÉTHODE DE MONTE-CARLO

Mme MARQUIÉ\*

(manuscrit reçu le 24 juin 1968)

Les principes de la méthode de Monte-Carlo ayant été indiqués, on traitera, dans une première partie les éléments essentiels de la méthode, c'est-à-dire comment obtenir un générateur de nombres aléatoires et comment améliorer la qualité des calculs par le choix d'un estimateur. Dans une deuxième partie, on développera un des codes utilisés au Laboratoire Central de l'Armement permettant de calculer la transmission et la réflexion d'un flux de neutrons dans un milieu semi-infini; on comparera les résultats à ceux obtenus par deux autres méthodes : Plongement Invariant et Méthode des Moments.

### PREMIÈRE PARTIE

#### ÉLÉMENTS ESSENTIELS DE LA MÉTHODE

##### I - NOMBRES ALÉATOIRES

##### I.1 - Création d'une table

Un jeu est matérialisé par le tirage d'une série de nombres aléatoires. Il importe donc en premier lieu de savoir tirer au hasard une suite de nombres.

On pourrait utiliser des tables toutes faites; par exemple la Rand Corporation commercialise une suite de 1 000 000 de nombres aléatoires vendue sur carte perforée [1]; toutefois, la lenteur des dispositifs mécaniques de lecture de cartes rend peu pratique la consultation d'une table.

On préfère donc imaginer un procédé permettant de fabriquer des nombres par l'ordinateur lui-même.

La table doit satisfaire aux propriétés suivantes : un accès facile et un temps de réponse court, une capacité importante pour avoir une période longue et doit satisfaire à la distribution demandée, c'est-à-dire ici être uniformément répartie sur l'intervalle (0,1).

On peut utiliser diverses lois de récurrence mathématique, tel le générateur arithmétique par exemple.

$$x_m = f(x_{m-1}, x_{m-2}, \dots, x_{m-1}).$$

(1) Attachée aux Services techniques des Armées, Laboratoire Central de l'Armement, 16 bis, avenue Prieur-de-la-Côte-d'Or, 94 - Arcueil.

On doit connaître la loi  $f$ , et le vecteur  $(x_{m-1}, x_{m-2}, \dots, x_{m-j})$ .

La loi de récurrence utilisée est du type  $x_n = \lambda \cdot x_{n-1}$  avec la convention suivante :

Si  $x_n$  est supérieur à la capacité de la machine ( $2^{35}$ ),  $x_n$  est tronqué par la gauche.

En numération décimale, pour avoir un nombre compris entre  $(0,1)$  on prendra :

$$x'_n = \frac{x_n}{10^k}$$

Il convient maintenant de vérifier que la suite est véritablement aléatoire en faisant des tests statistiques.

Le test de fréquence consiste à partager l'intervalle  $(0,1)$  en parties égales et à vérifier si dans chaque case, certains nombres ne sont pas favorisés.

Le test du poker, lui, part de la remarque suivante. Supposons la suite  $U_n$  formée de nombres à 4 chiffres soit  $U_n$  du type  $a b c d$ , on peut établir théoriquement la probabilité d'avoir des séquences particulières, comme :

$$\begin{array}{c} a a c d \\ a a a d \\ a a a d \end{array}$$

Le test consiste à contrôler si la fréquence de sortie concorde bien avec la probabilité théorique.

Bien d'autres tests sont faits sur lesquels nous n'insistons pas.

## 1.2 - Emploi des nombres aléatoires.

Nous allons examiner comment on peut associer un processus physique gouverné par une loi de probabilité à des tirages de nombres pris au hasard.

Par exemple, il est impossible de déterminer d'une manière précise une collision neutron-noyau; on connaît la gamme d'événements possibles, mais du point de vue quantitatif on est limité aux probabilités ou densités de probabilité associées à ces événements; on peut cependant prévoir statistiquement le comportement d'un faisceau de neutrons sur un noyau.

Si dans un choc neutron-noyau, les sections efficaces de fission, capture, diffusion et totale sont désignées par  $\sigma_f$ ,  $\sigma_c$ ,  $\sigma_s$ ,  $\sigma_t$ , on peut dire que le neutron a une probabilité  $\frac{\sigma_f}{\sigma_t}$  d'induire une fission,  $\frac{\sigma_c}{\sigma_t}$  d'être capturé,  $\frac{\sigma_s}{\sigma_t}$  d'être diffusé.

Le processus physique conduit à différents événements gouvernés par des probabilités discontinues  $P_1, P_2 \dots P_n$  avec  $\sum_1^n P_i = 1$ .

Il convient alors d'associer au nombre  $x$ , l'événement de probabilité  $P_i$  lorsque  $x$  vérifie les inégalités :

$$\sum_1^{i-1} P_i < x \leq \sum_1^i P_i \quad (1)$$

Dans le cas d'une diffusion élastique neutron-noyau, la section efficace différentielle définit une densité de probabilité. Cette fois le processus physique conduit à des événements caractérisés par une quantité  $y$  comprise entre deux limites  $a$  et  $b$ , finies ou infinies et gouvernés par une densité de probabilité  $g(y)$ . Quelles quantités  $y$  faut-il associer à une suite de nombres tirés au hasard pour que la répartition des  $y$  ainsi obtenue obéisse à la loi  $g(y)$ .

Utilisons un seul tirage et cherchons quelle fonction  $y = f(x)$  croissante, il faut faire correspondre à la distribution uniformément répartie des  $x$  pour obtenir une distribution de  $y$  conforme à la loi  $g(y)$ . Pour cela il faut exprimer que la probabilité pour que  $x$  soit compris entre  $o$  et une valeur quelconque  $X$  de l'intervalle  $(o, 1)$  est égale à la probabilité pour que  $y$  soit compris entre  $f(o) = a$  et  $f(X)$ .

$$\int_0^x dx = \int_a^{f(x)} g(y) dy \quad \text{avec} \quad \int_a^b g(y) dy = 1 \quad (2)$$

soit

$$X = G[f(X)] - G[a] \quad (3)$$

d'où

$$f(X) = G^{-1}[X + G(a)] \quad (4)$$

où  $G$  désigne la primitive de  $g$  et  $G^{-1}$  étant la fonction inverse de  $G$ .

Cette équation définit donc  $f(X)$ . Cette fonction doit de plus satisfaire à la condition  $f(1) = b$ . Prenons par exemple le cas de la distribution des libres parcours

$$a = 0 \quad b = \infty$$

$$g(y) = \Sigma_t e^{-\Sigma_t y}$$

$$X = -e^{-\Sigma_t f(x)} + 1 \quad (5)$$

$$y = f(x) = -\Sigma_t \log(1 - x) \quad (6)$$

Cette méthode est parfois trop longue et on utilise la méthode du rejet. La quantité  $y$  étant comprise entre  $a$  et  $b$ , on substitue à  $y$  une nouvelle variable  $y'$  comprise entre  $o$  et  $1$ .

$$y' = \frac{y - a}{b - a} \quad a \leq y \leq b.$$

Par exemple, on veut calculer  $\cos \Delta\varphi$  où  $\Delta\varphi$  est un angle distribué uniformément entre  $o$  et  $\pi$ .

On tire deux nombres  $\rho_1$  et  $\rho_2$ .

$$\text{Si} \quad \rho_1^2 + \rho_2^2 \leq 1 \quad \cos \Delta\varphi = \frac{\rho_1^2 - \rho_2^2}{\rho_1^2 + \rho_2^2}$$

$$\text{Si} \quad \rho_1^2 + \rho_2^2 > 1 \quad \text{on tire deux autres nombres.}$$

## II - CHOIX D'UN ESTIMATEUR

Dans les problèmes de pénétration des particules dans un milieu, on peut édifier un jeu qui suive de très près la réalité, mais on doit modifier celui-ci pour aboutir à des solutions réduisant sensiblement la durée du jeu et la variance.

On peut diminuer le temps en supposant que la particule n'est jamais absorbée, on l'affecte alors d'un poids  $p$ ; ce poids est multiplié à chaque choc par le rapport de la probabilité d'être absorbée à celle d'être diffusée.

On comptabilise les poids; on est sûr ainsi qu'une histoire ne se termine pas par absorption.

## II.1 - Méthode de la valeur probable

On diminue la variance en calculant analytiquement le plus grand nombre possible de chocs. Par exemple, on connaît la répartition du premier choc  $P(x) = e^{-\Sigma_t x}$  il n'est donc pas nécessaire de la jouer aléatoirement.

A chaque choc on peut calculer la contribution que fournirait la particule au résultat désiré si elle sortait de la plaque dans des conditions déterminées en faisant des statistiques sur ces contributions. On a intérêt à maintenir toutes les collisions à l'intérieur de la plaque, pour cela il suffit de remplacer la probabilité de distance interchocs  $f(x) = e^{-\Sigma_t x}$  par  $f^*(x) = e^{-\Sigma_t^* x}$

avec  $\Sigma_t^* = \frac{\Sigma_t}{1 - e^{-\Sigma_t d}}$  où  $d$  désigne la distance à l'une ou l'autre des frontières.

Si  $d$  tend vers 0,  $\Sigma_t^*$  tend vers l'infini, et  $f^*(x)$  tend vers 0. Donc lorsque la particule se rapproche d'un bord de la plaque, la distance interchocs tend vers 0. C'est cette transformation qui permet de garder le neutron prisonnier dans la plaque.

Il faut modifier de façon appropriée le poids dont sont affectées les particules, égal au rapport de densités de distribution de répartition des chocs dans les deux jeux.

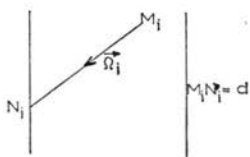


FIG. 1

La transformation ci-dessus implique que le neutron partant de  $M_i$  avec le poids  $P_i$  dans la direction  $\vec{\Omega}_i$  aura un choc avant le point  $N_i$ . La contribution  $F_i$  au flux sortant sera égale à  $P_i^*$  probabilité pour le neutron de sortir sans choc de la plaque.

$$F_i = P_i^* e^{-\Sigma_t d}$$

## II.2 - Transformation exponentielle

Un autre exemple est celui de la transformation exponentielle développé par Leimdorfer [2].

Cette transformation sert à diminuer le coefficient d'atténuation. Elle est utilisée en particulier lorsque l'épaisseur de matériau est grande.

Elle consiste à remplacer le flux  $\psi(E, \theta)$  de l'équation de Boltzmann par  $\bar{\psi} = \bar{\psi} e^{-cz}$

$$\cos \theta \frac{d\bar{\psi}}{dz} + \Sigma_t(E) \bar{\psi} = \int_{\theta'} \int_{E'} K(E, E', \theta', \theta) \bar{\psi} dE' d\theta' + S(E, \theta) \delta(z) \quad (11)$$

où

$\Sigma_t(E)$  est le coefficient d'atténuation total,

$\theta$  l'angle que fait la particule avec l'axe des  $Z$ ,

$S(E, \theta) \delta(z)$  est le terme source.

L'équation est transformée en elle-même avec la seule modification :

$$\Sigma_t(E)^* = \Sigma_t(E) - C \cos \theta$$

$$\cos \theta \frac{d\bar{\psi}}{dz} + [\Sigma_t(E) - C \cos \theta] \bar{\psi} = \int_{\theta'} \int_{E'} K \bar{\psi} dE' d\theta' + S(E, \theta) \delta(z) \quad (12)$$

Tout l'intérêt de cette méthode repose sur le choix de la valeur de  $C$  : si  $\Sigma_{t_0}$  est la valeur de  $\Sigma_t(E)$  à l'énergie  $E_0$  de la source, Leimdorfer a montré que  $C$  devait être légèrement inférieur à  $\Sigma_{t_0}$ ; en fait, il y a quelques difficultés dans le choix de  $C$ . La valeur optimum de  $C$  varie avec la distance à laquelle on veut évaluer le résultat.

CHILTON [3] propose une nouvelle variante de la transformation exponentielle avec  $C = \Sigma_{t_0}$ .

Il est possible d'utiliser cette technique avec celle de la méthode de la valeur probable en définissant maintenant

$$\Sigma_t^* = \frac{\Sigma_t (1 + C \cos \theta)}{1 - e^{-\Sigma_t (1 + C \cos \theta d)}}$$

$C < 0$  s'il y a pénétration,

$C > 0$  s'il y a réflexion.

### III - CALCUL DE LA VARIANCE

Il faut maintenant déterminer quelle est l'erreur sur le résultat fourni.

On doit vérifier que l'estimateur utilisé n'introduit pas d'erreur systématique.

Supposons que l'on veuille calculer l'intégrale

$$I = \int_0^1 g(x) dx$$

Si on tire  $N$  nombres aléatoires  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$ , de cette loi, une estimation de  $I$  est

$$\langle I \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(\xi_i)$$

Comme  $\langle I \rangle$  est une somme de  $N$  variables aléatoires indépendantes

$$\sigma \langle I \rangle = \sqrt{\frac{\sigma g^2}{N}} ; \sigma g^2 = \int_0^1 g^2(x) dx - \langle I \rangle^2$$

Variance de l'estimation.

Il faut donc amener  $\sigma < I >$  à une valeur acceptable. On peut réduire la variance dans l'exemple précédent grâce à la technique de l'échantillonnage stratifié qui consiste à diviser les  $N$  nombres sur  $(0,1)$  en  $k$  groupes de  $m$  points ( $N = km$ ), puis aléatoirement sur des intervalles de longueur  $1/k$ .

Désignons par  $\xi_{jl}$  un nombre aléatoire dans le  $j^{\text{ième}}$  groupe

$$1 \leq j \leq k \quad , \quad 1 \leq l \leq m$$

$$\langle I \rangle = \sum_{j=1}^k \frac{1}{k} \sum_{l=1}^m g(\xi_{jl}) \quad I_j = \frac{1}{k} \sum_{l=1}^m g(\xi_{jl})$$

$$\sigma \langle I' \rangle^2 = \frac{1}{N} \left[ \int_0^1 g^2(x) dx - \sum_{j=1}^k I_j^2 \right]$$

Il est assez facile de montrer que  $\sigma \langle I' \rangle \leq \sigma \langle I \rangle$ .

Dans ce cas particulier, on connaît la formule exacte de la variance, mais lorsqu'on emploie des estimateurs truqués, il est impossible de connaître la variance, on peut seulement en donner une estimation sans savoir si cette évaluation est correcte.

On peut recommencer les calculs en doublant le nombre de particules et en comparant ces résultats aux précédents, mais on ne peut vérifier avec précision la validité des calculs.

## DEUXIÈME PARTIE

### EXEMPLES ET COMPARAISON AVEC D'AUTRES MÉTHODES

#### I - CODE ALTRAN [4]

On se propose de calculer la transmission et la réflexion d'un flux de neutrons par des écrans. On donnera les résultats pour l'eau et le fer.

Pour déterminer le flux de neutrons sortant de la plaque, on utilisera les estimateurs décrits plus haut. En effet, les neutrons sont rapidement absorbés dans le milieu et pour limiter le temps de calcul, on a intérêt à ne pas tirer trop de neutrons. On emploiera donc la méthode de la valeur probable associée à la transformation exponentielle; on calculera à chaque choc une contribution au flux, proportionnelle à la probabilité qu'aurait le neutron de sortir de la plaque. On maintiendra les neutrons prisonniers dans la plaque, et on considèrera que la vie du neutron est terminée lorsque son énergie devient inférieure à  $E_{min}$ .

Le poids correctif affecté aux neutrons sera alors

$$P_t = \frac{\sum d_t}{\sum t_t} \times \frac{\sum_{t_t} e^{-\sum t_t \rho_i}}{\sum_{t_t}^* e^{-\sum t_t^* \rho_i}} \left( 1 - e^{-\sum t_t^* d_i} \right)$$



2. PETITE PLACE — 78 VERSAILLES

Tél. 951-29-30

FICHE D'INFORMATION

LECTEUR DE DOSIMETRES THERMOLUMINESCENTS



APPLICATION : LECTEUR D'USAGE SIMPLE ET DE PRIX MODERE PERMETTANT LA MESURE DE DOSES D'IRRADIATION SUR DISQUES THERMOLUMINESCENTS EN TEFLON AU FLUORURE DE LITHIUM.

**DESIGNATION**                    LECTEUR PORTATIF DE DISQUES T.L.D. - TYPE 205 - D.A. PITMAN

**APPLICATION**                    Lecture directe en rads et effacement simultané de la dose absorbée par les dosimètres T.L.D.

**FONCTIONNEMENT**            Un élément chauffant thermostaté élève à la température convenable, le disque thermoluminescent qui émet un nombre de photons proportionnel à la dose d'irradiation reçue. La lumière est mesurée avec un tube photomultiplicateur dont le courant est intégré sur un instrument de lecture étalonné en rads.

**SPECIFICATIONS**

Type du dosimètre	: disques en téflon au fluorure de lithium
Domaine de mesure	: 100 mrad . . . . . 1000 rads
Précision de lecture	: ± 10 % pour 1000 rads.
Temps de mesure	: 20 s
Alimentation	: 110 - 250 V 50 Hz
Dimensions	: 30 x 30 x 25 cm
Poids	: environ 9 kg.

- PERFORMANCES**
- Le téflon, chargé au fluorure de lithium, présente une réponse en énergie équivalente aux tissus humains
  - Lecture directe, automatique et rapide de la dose
  - Mesure précise des doses
  - La mesure ramène le dosimètre à son état initial, ce qui permet sa réutilisation
  - Source étalon de lumière, pour l'étalonnage de l'appareil
  - Echelle de mesure logarithmique à quatre décades, avec commutation automatique
  - Température de chauffage des disques stabilisée par dispositif à point de Curie
  - Sortie pour traceur de courbes

La contribution au flux sortant à chaque choc est :

$$F_i = P_i e^{-\Sigma_{ti} d_i}$$

La source de neutrons est monoénergétique, d'énergie initiale  $E_0$  et supposée à l'infini dans une direction donnée; les neutrons incidents sont donc parallèles et font avec la normale un angle  $\theta_0$ .

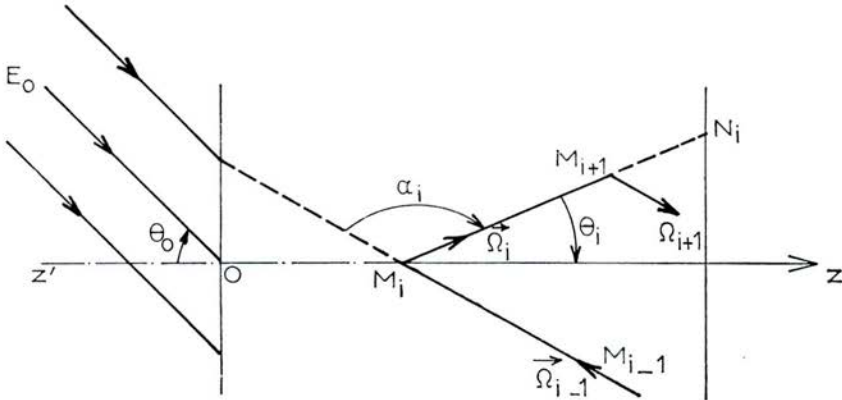


FIG. 2

Un neutron venant de  $M_{i-1}$  dans la direction  $\vec{\Omega}_{i-1}$  ayant un choc en  $M_i$ , repart dans la direction  $\vec{\Omega}_i$ .

$M_i N_i = d_i$  distance à la frontière

$M_i M_{i+1} = \rho_i$  distances interchocs

$\alpha_i = \vec{\Omega}_{i-1}, \vec{\Omega}_i$  dans le plan  $M_{i-1}, M_i, M_{i+1}$ )

$\theta_i = \vec{\Omega}_i, \vec{o}_z$ .

$\Sigma_{di}$  : coefficient linéaire de diffusion à l'énergie  $E_i$ .

$\Sigma_{ti}$  : coefficient linéaire total à l'énergie  $E_i$ .

$$\Sigma_{ti}^* = \frac{\Sigma_{ti}(1 + \cos \theta)}{1 - e^{-\Sigma_{ti}(1 + \cos \theta) d_i}} \quad \begin{array}{l} C < 0 \text{ si } \theta_i \text{ est aigu.} \\ C > 0 \text{ si } \theta_i \text{ est obtus.} \end{array}$$

Il faut maintenant déterminer la nature du choc, la distance interchocs, l'énergie avant et après le choc, la direction du neutron avant et après le choc.

La nature du choc est déterminée comme nous l'avons vu en tirant un nombre au hasard entre 0 et 1, et en testant cette valeur.

Si  $0 < \xi < \frac{\Sigma_c}{\Sigma_t}$  le neutron est capturé

$$\frac{\Sigma_c}{\Sigma_t} < \xi < \frac{\Sigma_{el}}{\Sigma_t} \quad \text{le choc est élastique}$$

$$\frac{\Sigma_{el}}{\Sigma_t} < \xi < \frac{\Sigma_{ine}}{\Sigma_t} \quad \text{le choc est inélastique.}$$

$\Sigma_c$ ,  $\Sigma_{el}$ ,  $\Sigma_{ine}$ ,  $\Sigma_t$  désignent les coefficients d'absorption linéaire de capture, diffusion élastique, inélastique et totale.

Comme nous supposons que les particules ne sont pas absorbées, nous ne considérons que les diffusions élastiques et inélastiques.

Connaissant la densité de probabilité de diffusion élastique, nous tirons le cosinus de l'angle de diffusion par une méthode de rejet.

La distance interchocs  $\rho_i$  est déterminée en tirant un nombre  $\xi$  entre 0 et 1,

$$\rho_i = - \Sigma_t^* \log (1 - \xi).$$

## II - RÉSULTATS

La figure 3 donne le facteur de réflexion des neutrons dans l'eau jusqu'à une épaisseur de 30 cm. L'angle d'incidence varie;  $\alpha = 0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $70^\circ$ , l'énergie

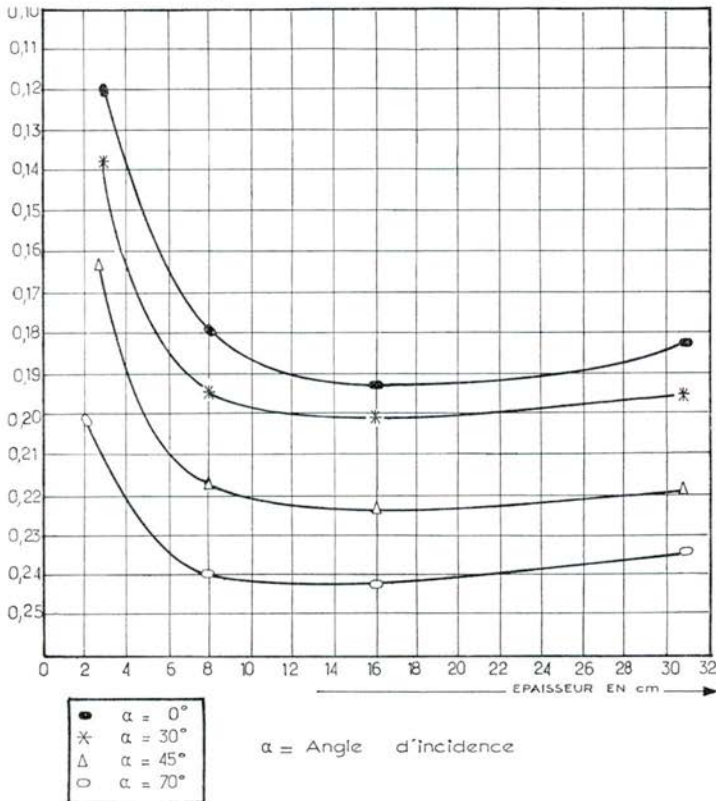


FIG. 3 — Réflexion de neutrons sur l'eau, énergie initiale 3 MeV.

$E_0$  est de 3 MeV. On voit que ce facteur augmente très rapidement jusqu'à 10 cm, et devient constant, c'est-à-dire que le milieu peut être considéré comme semi-infini.

La transmission des neutrons pour la même énergie initiale de 3 MeV, et les mêmes angles d'incidence est indiquée sur la figure 4. Le rapport de transmission de dose diminue à mesure que l'angle d'incidence augmente.

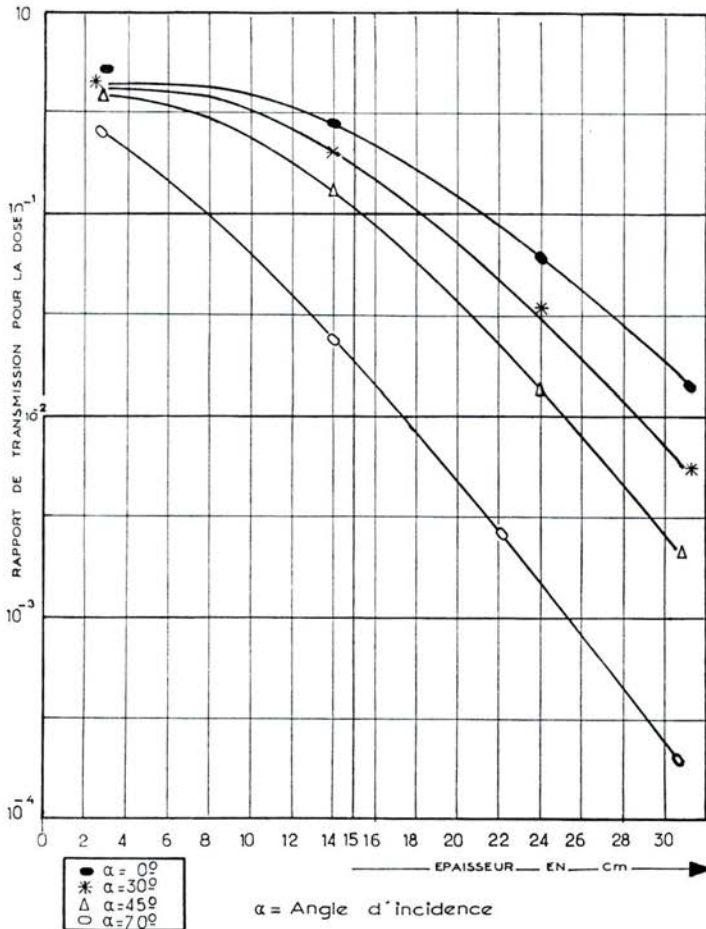


FIG. 4 — Transmission de neutrons dans l'eau, énergie initiale 3 MeV.

Le code Trapho calcule le facteur de transmission de dose pour les photons dans l'eau; par exemple la figure 5 donne ce facteur pour des photons de 0,25 MeV, et à des angles d'incidence 0°, 60°, 80° en fonction de l'épaisseur, jusqu'à 8 l.p.m. Les barres verticales représentent la variance.

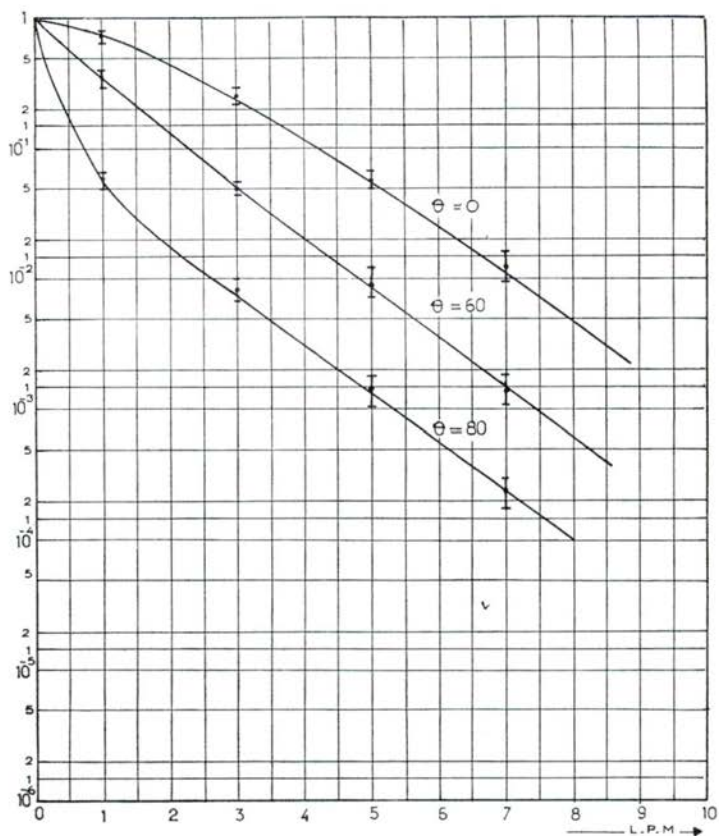


FIG. 5 — Facteur de transmission de dose pour l'eau, énergie des  $\gamma$  0,25 MeV.

La figure 6 représente la transmission de la dose neutronique pour une énergie de 5 MeV, en fonction de l'angle d'incidence et de l'épaisseur de fer jusqu'à 30 cm [9].

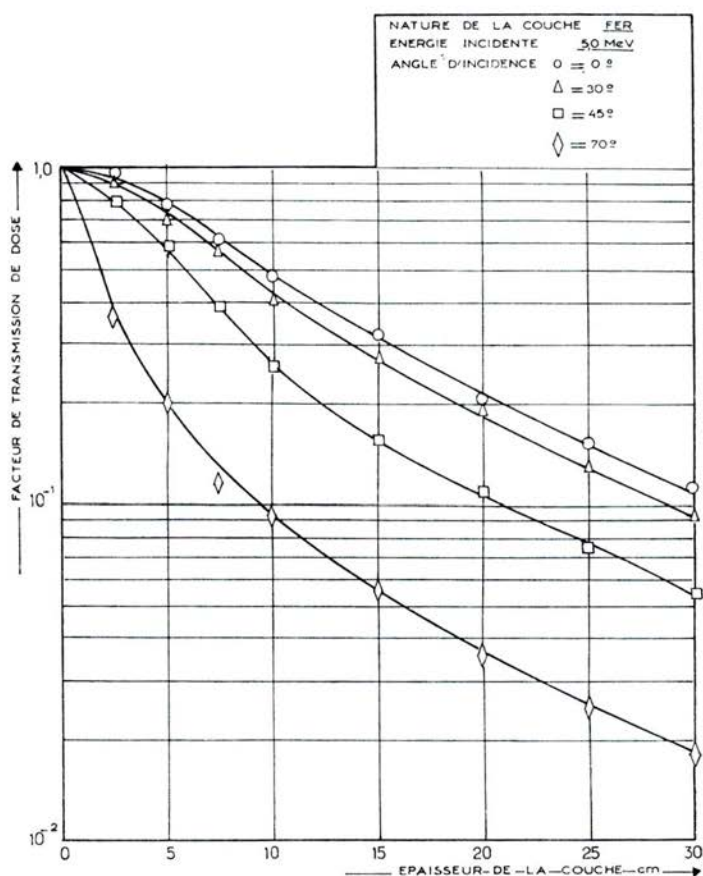


FIG. 6 — Transmission de la dose de neutron en fonction de l'épaisseur de la couche et de l'angle d'incidence.

### III - COMPARAISON DES RÉSULTATS

Il est maintenant intéressant de comparer les résultats de la méthode de Monte-Carlo à ceux fournis par les méthodes précédemment décrites.

### III.1 - Méthode du plongement invariant

Les figures 7 et 8 représentent les facteurs de transmission et de réflexion de dose pour les neutrons à travers le fer obtenus par les 2 méthodes [5]. On peut voir que les résultats sont concordants.

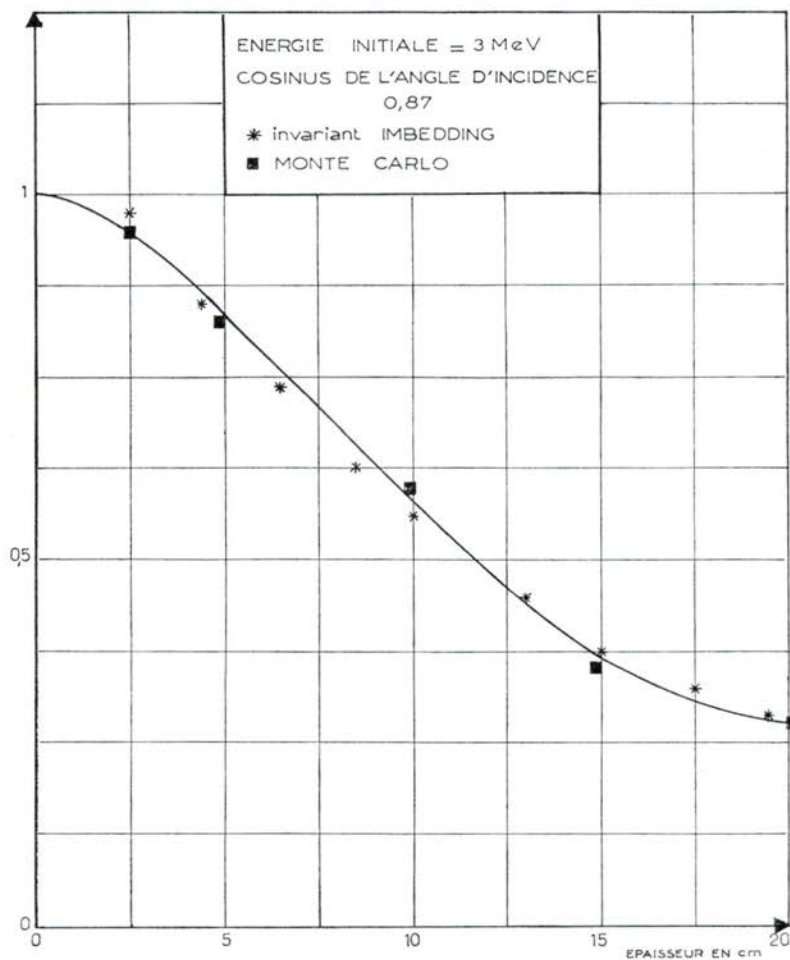


FIG. 7 — Facteur de transmission de dose à travers le fer.

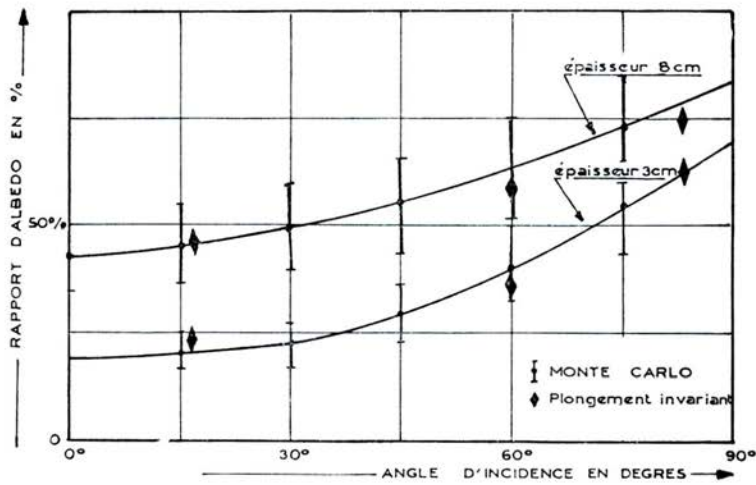


FIG 8

### III.2 - Méthode des moments

Le code DINEU [6] donne le flux diffusé dans un milieu infini constitué par de l'hydrogène. La source de neutrons est monoénergétique, ponctuelle et isotrope. L'énergie initiale est de 8 MeV.

On a tracé sur la même courbe 9 les résultats obtenus par la méthode des moments.

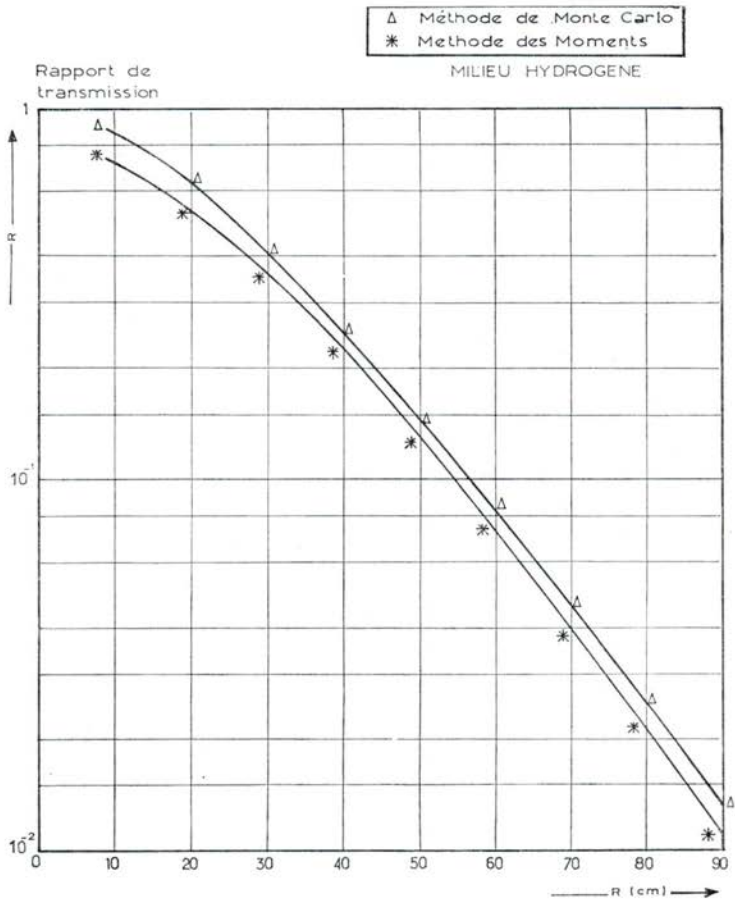


FIG. 9.

Un autre exemple est celui du code SIMU [7] permettant de simuler un plan uniformément contaminé par un ensemble de sources ponctuelles. Les résultats des 2 méthodes sont donnés sur la figure 10.

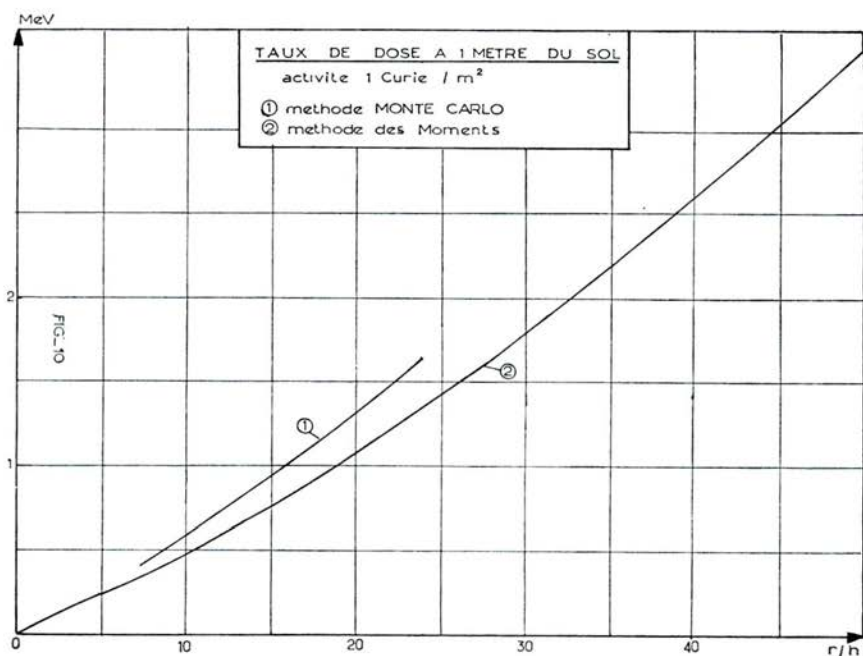


FIG. 10.

## CONCLUSION

Les méthodes de Monte Carlo offrent de grandes possibilités, les codes que nous avons mentionnés n'en représentent qu'une infime partie; toutefois comme le soulignent certains auteurs (8) il faut être prudent dans la discussion de la validité des résultats, car on doit vérifier que l'estimateur utilisé n'introduit pas d'erreurs systématiques, on doit abaisser la variance à une valeur telle que le calcul ait un sens, or l'estimation de la variance est parfois délicate. En outre, on peut être conduit à des temps de calculs prohibitifs.

Cependant la comparaison des 3 méthodes montre que l'évaluation de la variance est très pessimiste et des études importantes sont à entreprendre à ce sujet.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] A million random digits and 100 000 normal deviates, *Rand Corporation* (1955).
- [2] Leimdorfer Trans. Am. Nucl. Soc. 6-427-428 (1963).
- [3] CHILTON, A.B. Nucl. Sci. Engin. 24-200 (1966).
- [4] Rapport L.C.A. - Etude n° 07.1. - Notes n° 6, 7, 27, 3.
- [5] Rapport L.C.A. - Etude n° 07.1. - Note n° 55.
- [6] Rapport L.C.A. - Etude n° 07.1. - Note n° 19.
- [7] Rapport L.C.A. - Etude n° 07.1. - Note n° 34.
- [8] MELVILLE Clark Jr., KENT F. HANSEN. Numerical Methods of Reactor Analysis (1964).
- [9] ALLEN J.F., FUTTERER A.T., WRIGHT W.P. — S.T.A. Rapport n° 1174, septembre 1962.